

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – gennaio 2026



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6} \cdot \log(x + 4)}{x + 2}$$

Dominio	$E = (-4, -2) \cup (-2, 2] \cup [3, +\infty)$
Positività	$P = (-4, -3) \cup (-2, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-3; 0) \quad B(2; 0) \quad C(3; 0) \quad D(0; \sqrt{3/2} \cdot \log 4)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 5x - 1} - \sqrt{9x^2 - 2x + 3})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x^2-4} \cdot x^3 - \log(x-1) - 8}{x^3 - 2x^2}$

Soluzioni	$7/6; \quad 43/4$
-----------	-------------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescenza e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = 2 \log(3-x) - \log(2-x)$

Derivata prima	$f' = \frac{x-1}{(x-2) \cdot (x-3)} \quad E = (-\infty, 2)$
Estremi	$m(1; 2 \log 2)$ cresce in $(1, 2)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^3 - 6x^2 + 17x - 22)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 5x - 5) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot x \cdot (x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; -46e^{-1}); F_2(0; -22); F_3(1; -10e)$ convessa in $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{2x^4 - 4x^3 + 6x - 3}{(x+2) \cdot (x^2 - 1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1$ e $x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x - 8$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left(\frac{x}{\sqrt{x}-2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \log x \, dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2x^{3/2}}{3} + 2x + 8\sqrt{x} + 16\log \sqrt{x}-2 $ $\frac{28\sqrt{2}}{3} + 4 - 16\log 2 + 16\log(2-\sqrt{2}) \approx -2,45$
Integrale indefinito	$\frac{1}{9}x^3 \cdot (3\log x - 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + k \cdot y + z = 2 \\ -2x + 3y + k \cdot z = -3 \\ -8x + 4y + k \cdot z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; 4/3$ incompatibile $k \neq -2; 4/3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k^2 + 2k + 15}{6k^2 + 4k - 16}; y = \frac{13 + 14k}{-8 + 2k + 3k^2}; z = \frac{46 + 13k}{8 - 2k - 3k^2}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - 2x \cdot y + 4x + 2y^2 - y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 8x - 4y - 4 = 0$.

Derivate parziali	$f_x = 8x - 2y + 4 \quad f_y = -2x + 4y - 1$
Estremi liberi	$m(-1/2; 0) \quad z = -3 \quad H = 28$
Estremi vincolati	$m(1/4; -1/2) \quad \lambda = 7/8 \quad z = 1/2$ $H = -256$

Domande teoriche.

- 1) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema del punto fisso per funzioni continue con esempi (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di primitiva e integrale indefinito (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*